شبیه‌سازی عددی تأثیر مکان استقرار جت‌های برخوردی بر انتقال حرارت جابه‌جایی از سطح مقعر استوانه‌ای *

رضا طریقی[۱] مهران رجبی زرگرآبادی[۲]

چکیده *این مقاله در مورد تأثیر جابه‌جایی افقی جت‌ها بر انتقال حرارت جابه‌جایی از سطح مقعر استوانه‌ای بحث می‌کند. در این راستا معادلات متوسط‌گیری شده برای جریان تراکم‌ناپذیر آشفته در حالت دایم به‌همراه دو مدل آشفتگی رایج و یک مدل رینولدز پایین به‌همراه تصحیح‌کنندهٔ یاپ، در یک فضای محاسباتی سه‌بعدی حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که اعمال تصحیح یاپ به‌طور قابل ملاحظه‌ای منجر به اصلاح تخمین بیشینهٔ عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که با کاهش فاصلهٔ مرکز جت‌ها تا لبهٔ خروجی صفحهٔ مقعر بیشینه مقدار عدد ناسلت به‌سمت جریان بالادستی منتقل می‌شود و با نزدیک شدن جریان اصلی جت به ناحیهٔ چرخشی ایجاد شده در بالادست جریان، انرژی جنبشی آشفتگی در این ناحیه افزایش می‌یابد و همین امر سبب افزایش عدد ناسلت در ناحیهٔ برخورد شده است.*

واژه‌های کلیدی انتقال حرارت برخوردی; جریان آشفته; تصحیح یاپ; عدد ناسلت.

Numerical Simulation of the Effect of the Location of Impinging Jets on the Convective Heat Transfer from a Cylindrical Concave Surface

R. Tarighi M. Rajabi Zargarabadi

Abstract *This paper discusses the effect of the horizontal movement of impinging jets on the convective heat transfer from a cylindrical concave surface. In this way, the averaged Navier-Stokes equations for turbulent incompressible flow in a steady state considering two prevalent turbulence models and a Low-Re model with the Yap correction in the 3D computational space were solved. Results indicate that the Yap correction significantly improves the over-prediction of Nusselt number in the impingement zone. The results show that the decrease in the distance of the center of the jets to the outlet edge of the concave surface leads to the transfer of the maximum amount of the Nusselt number to the upstream flow, and the approach of the main flow of the jet to the recirculation region formed in the upstream flow results in the increase in the turbulent kinetic energy of this area and the Nusselt number in the stagnation point.*

Key Words Impingement Heat Transfer; Turbulent Flow; Yap correction; Nusselt Number.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹٤/٦/٢٨ می‌باشد.

(۱) کارشناس ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استادیار دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان. rajabi@semnan.ac.ir

مقدمه

امروزه در صنعت یکـی از روش‌هـای نسـبتاً جدیـد و مؤثر برای خنک‌کاری قطعات داغ، انتقـال حـرارت بـه روش برخوردی می‌باشد. جت‌های برخوردی بـه‌دلیـل دارا بودن نرخ انتقال حرارت بالا مورد توجه بسیاری از محققـان قـرار گرفتـه اسـت. در ایـن روش بـا اعمـال مومنتوم قابل‌توجه بـه یـک سـیال خروجـی از نـازل و سپس بـا تشـکیل یـک لایـهٔ نـازک هیـدرودینامیکی و حرارتی بر روی سطح برخورد، بهبود قابل تـوجهی در افزایش میزان انتقال جرم، حـرارت و مومنتـوم حاصـل خواهد شد. از جـت‌هـای برخـوردی در خنـک‌کـاری پره‌های تـوربین گـازی، قطعـات الکترونیکـی، دیـوارهٔ محفظـهٔ احتــراق، در صــنایع دارویــی و غــذایی، در فرآیندهای برش و شکل‌دهی فلـزات و خشـک کـردن کاغـذ اسـتفاده مـی‌شـود. اصـلی‌تـرین کـاربرد جـت برخوردی به سطوح مقعر، مربوط به خنک‌کاری سـطح داخلی لبهٔ جلویی پرهٔ توربین گازی است. این بخش از پرهٔ توربین در برخورد با گازهای داغ بـه‌شـدت تحـت تأثیر قرار می‌گیرد و نیازمند خنک‌کاری می‌باشد.

مطالعه‌های وسیعی بر روی پـارامترهـای مـؤثر بـر جریان و انتقال حرارت برای تک جت‌ها و یا آرایـه‌ای از جت‌ها انجـام شـده اسـت. چـوپ و همکـاران [1] مطالعاتی را روی یک ردیف جت برخوردی به صـفحهٔ مقعر انجام دادند. آنها افزایش عدد رینولدز را مهم‌ترین عامل در افزایش ضریب انتقال حرارت گزارش کردنـد. بانکر متزگـر [2] از یـک پوشـش حسـاس بـه دمـا در آزمـایش‌هایشـان اسـتفاده کردنـد. آنهـا وضـعیت‌هـای متفاوتی از لبهٔ جلویی پرهٔ یک توربین را مورد بررسـی قرار دادند و در نتیجـه افـزایش بیشـتر انحنـای نسـبی (نسبت قطر جت به قطر صفحهٔ مقعـر) را بـرای بهبـود انتقال حرارت در لبـهٔ جلـویی پـره پیشـنهاد دادنـد. در تحقیقی دیگر لی (Lee) و همکاران [3] کار جـامعی را بر روی توزیع انتقـال حـرارت بـرای یـک تـک جـت برخوردی به صفحهٔ مقعـر انجـام دادنـد. آنهـا در ایـن آزمایش طول لولهٔ جـت را بـه انـدازه‌ای بلنـد در نظـر گرفتند که جریان خروجی از جت کاملاً توسـعه یافتـه باشد. نتایج نشان داد که در رینولدزهای جت ۱۱۰۰۰ و ۲۳۰۰۰، ناسلت در نقطهٔ برخورد هنگامی دارای مقـدار بیشینه می‌باشد کـه $H/d=6$ باشـد و بـا کـاهش فاصـلهٔ برخورد کاهش اندکی در ضریب انتقال حـرارت نقطـهٔ برخورد مشاهده شد. هم‌چنین برای فواصل کم برخورد بعد از مقدار بیشینهٔ ناسلت در نقطـهٔ برخـورد، بیشـینهٔ دومی به‌علت گذار جریان از آرام بـه آشـفته در توزیـع ناسلت گزارش شد.

فنوت و همکاران [4, 5] مطالعـه‌ای تجربـی را بـر روی یک ردیف جت برخـوردی بـه صـفحهٔ تخـت و مقعر انجام دادند. در این آزمایش تـأثیر عـدد رینولـدز، فاصلهٔ جت تا صفحهٔ برخورد، فاصـلهٔ مرکـز تـا مرکـز جت‌ها (تعداد جت‌ها) و هم‌چنـین تـأثیر دمـای هـوای ورودی به جت‌ها بر عدد ناسـلت مـورد بررسـی قـرار گرفت. آنها پس از مشاهدهٔ نمودارهای توزیـع ناسـلت در دماهای مختلف هوای ورودی به جـت‌هـا، مسـتقل بــودن ناســلت از ($T_j-T_\infty=0$) را گــزارش کردنــد. در مطالعهٔ تجربی دیگری که توسط لی و همکاران [6] بـر تک جت دایره‌ای در برخورد با صفحهٔ مقعر اسـتوانه‌ای انجام شد، نتایج نشان داد که با کاهش فاصلهٔ برخورد و افزایش زاویه‌ای که صفحهٔ مقعر با افق می‌سازد بیشـینه مقدار ناسلت به‌سمت جریان بالادستی انتقـال مـی‌یابـد، به‌طوری که در $H/d=2$ با افزایش زاویـهٔ صـفحهٔ مقعـر نسبت به افق، از صـفر درجـه بـه ۴۰ درجـه، حـداکثر مقدار ناسلت از نقطه $S/d=0$ به S/d برابر $0.7d$ انتقـال یافته است. محمدپور و رجبی [7] در مطالعه‌ای عـددی بر روی جت شیاری نوسانی در برخورد با صفحهٔ مقعر مشـاهده کردنـد کـه افـزایش عـدد رینولـدز بـه‌طـور محسوسی منجر به افزایش متوسط زمانی عدد ناسـلت در هر دو حالت جت پایا و نوسانی می‌شود. هم‌چنـین در جت پایا، کاهش فاصـلهٔ جـت تـا صـفحهٔ برخـورد منجر به افزایش عدد ناسـلت در نقطـهٔ برخـورد شـده

است. این در حالی است که در جت نوسانی با کاهش فاصله برخورد، کاهش و در برخی مناطق افزایش عدد ناسلت مشاهده شده است. در مطالعه‌ای دیگر، محمدپور و همکاران [۸] با تحلیل عددی روی جت نوسانی برخوردی به سطح مقعر مشاهده کردند که با افزایش فرکانس نوسانات از ۱۰ به ۵۰ هرتز، متوسط کلی عدد ناسلت افزایش می‌یابد. بازدیدی تهرانی و همکاران [9] به بررسی جت برخوردی نوسانی به صفحه تخت با شار حرارتی ثابت پرداختند. آنها ضمن مقایسه مدل‌های آشفتگی مختلف نشان دادند که با افزایش فاصله جت از سطح برخورد، عدد ناسلت افزایش یافته است. شریف و موته [10] مطالعه عددی روی جت شیاری برخوردی به صفحه تخت و مقعر انجام دادند. آنها در این تحقیق از پنج مدل آشفتگی k-ε استاندارد، RNG k-ε ،Realizable k-ε ،SST k-ω و انتقال تنش رینولدز (RSM) استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که دو مدل SST k-ω و RNG k-ε مطابقت بهتری با داده‌های تجربی چوی و همکاران [11] دارد. هم‌چنین آن‌ها با مقایسه پروفیل سرعت متوسط خروجی از جت، با داده‌های تجربی، در نهایت مدل RNG k-ε را به عنوان مدل مناسب انتخاب کردند. کومار و پراساد [12] مطالعه عددی را روی جریان و انتقال حرارت حاصل از یک ردیف جت با سطح مقطع دایره‌ای در برخورد با صفحۀ مقعر انجام دادند. آنها از دو مدل آشفتگی SST k-ω و RNG k-ε در این تحقیق استفاده کردند. پس از مقایسه نتایج حاصل از کار عددی با داده‌های تجربی، مدل آشفتگی SST k-ω را با خطای کمتر از ۱۲ درصد برای ناسلت در نقطۀ برخورد، به عنوان مدلی مناسب انتخاب کردند. مارتین و همکاران [13, 14] مطالعه تجربی و عددی را روی یک ردیف جت در برخورد با صفحۀ مقعر انجام دادند. آنها پس از ارزیابی مدل‌های مختلف آشفتگی، مشاهده کردند که مدل SST k-ω مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز و کاهش فاصله مرکز تا مرکز جت‌ها، عدد ناسلت در نقطۀ برخورد افزایش یافته است. هم‌چنین آنها گزارش کردند که در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ با افزایش انحنای نسبی از ۰/۱۸ به ۰/۲۷ تغییر محسوسی برای عدد ناسلت در نقطۀ برخورد مشاهده نشده است. البیری و تزلیم [15] مطالعه تجربی و عددی را روی یک ردیف جت در برخورد با صفحۀ مقعر سهموی شکل انجام دادند. آنها مدل آشفتگی Realizable k-ε را جهت تحلیل عددی انتخاب کرده و تأثیر وجود جریان‌های عرضی بر ضریب انتقال حرارت روی صفحۀ مقعر را بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد که وجود جریان عرضی از نوع دایره‌ای سبب افزایش مقدار ناسلت متوسط بر روی صفحۀ مقعر می‌شود. مطالعه عددی دیگری توسط یانگ و همکاران [16] بر روی جریان و انتقال حرارت حاصل از یک جت شیاری در برخورد با صفحۀ مقعر انجام شد. آنها از دو مدل آشفتگی k-ε استاندارد و k-ω استاندارد جهت مدل‌سازی استفاده کرده و هر دو مدل آشفتگی ذکر شده توزیع عدد ناسلت را کمتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی کردند. در نهایت آنها مدل k-ε استاندارد را به دلیل مطابقت بیشتر با داده‌های تجربی به عنوان مدل آشفتگی مناسب در نظر گرفتند. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که افزایش فاصله برخورد سبب افزایش انرژی جنبشی آشفتگی و شدت آشفتگی جریان جت در ناحیۀ برخورد شده و همین امر افزایش ناسلت در نقطۀ برخورد را به همراه دارد. در مطالعه عددی دیگری که توسط اگزای و همکاران [17] بر روی تک جت برخوردی با جریان توسعه یافته به صفحۀ مقعر انجام شد، تأثیر عمق نسبی (نسبت عمق به قطر صفحۀ مقعر) بر عدد ناسلت در نقطۀ برخورد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که در یک انحنای نسبی ثابت، کاهش عمق نسبی از ۰/۳ به ۰/۱ سبب افزایش عدد ناسلت در نقطۀ برخورد و کاهش ناسلت متوسط سطح برخورد می‌شود.

اخیـرا یانـگ و همکـاران [18] مطالعـهٔ تجربـی و عددی را روی یک ردیف جت مـدور در برخـورد بـا صفحهٔ مقعر انجام داده‌اند. آنهـا از سـه مـدل آشـفتگی RNG k-ε و SST k-ω و Realizable k-ε در حالـت پایا و گذرا استفاده کرده‌انـد و مقـادیر پـیش‌بینـی شـده برای عدد ناسلت توسط سه مـدل ذکـر شـده بـیش از مقادیر تجربی بوده است. در نهایت مـدل SST k-ω را به‌دلیل مطابقت بهتر با نتایج تجربی انتخاب کردند و در سه عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ به تحلیل جریان و انتقال حرارت پرداختند.

در تحقیق حاضر، ابتدا نتـایج شـبیه‌سـازی جریـان برای یک هندسهٔ مرجع با استفاده از نـرم‌افـزار انسـیس فلوئنت ١٤ [19] انجام شده و به‌منظور اعمال تصـحیح یاپ در معادلهٔ ε، کد محاسباتی به زبان C نوشته شـده و به نرم‌افزار اضافه شده است و در نهایت نتایج عددی با نتایج تجربی موجود مقایسه شده و پـس از انتخـاب مدل آشفتگی مناسب، تأثیر انحنای نسبی و فاصلهٔ مرکز جت تا لبهٔ خروجی صفحهٔ مقعـر بـر میـدان جریـان و میزان انتقال حرارت، در اعداد رینولـدز مختلـف مـورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که تا کنـون تأثیر مکـان اسـتقرار جـت‌هـای برخـوردی بـر انتقـال حرارت جابـه‌جـایی از سـطح مقعـر اسـتوانه‌ای مـورد مطالعه قرار نگرفته است.

هندسهٔ میدان حل و شرایط مرزی

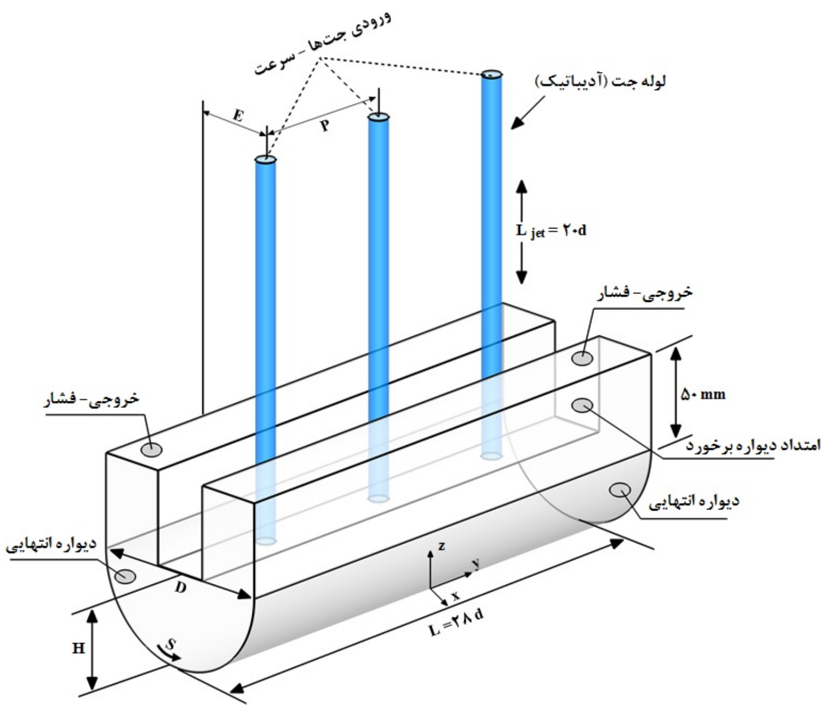
در شکل (۱) نمایی از یک ردیف جت با سـطح مقطـع دایره‌ای و صفحهٔ مقعر مورد مطالعـه در ایـن پـژوهش نشان داده شده است. صـفحهٔ برخـورد بـه شـکل یـک نیم‌استوانه به قطر ۱۰۰ میلی‌متر و دارای طـولی معـادل ۲۸ برابر قطر جـت (28d) مـی‌باشـد کـه بـه‌وسـیلهٔ دو صفحهٔ تخت بـا عـرض ۵۰ میلـی‌متـر و طـول 28d در راستای محوری z امتداد یافته است. هم‌چنین طول لولهٔ جت‌ها به‌اندازه‌ای بلند در نظر گرفتـه شـده اسـت کـه جریان خروجی از جت‌ها کاملاً توسعه یافته باشـد. در مطالعهٔ تجربی انجام شده توسط فنوت و همکاران [5]، صفحهٔ نگه‌دارنده‌ای در خروجی جت‌ها قرار داده شـده است. این صفحه از ارتعاش جت‌ها (بـه‌دلیـل سـرعت بالای سیال خروجی) و هـم‌چنـین از برخـورد جریـان برگشتی به سمت دیوارهٔ جت‌هـا جلـوگیری مـی‌کنـد. صفحهٔ ذکر شده که دارای طولی معـادل طـول صـفحهٔ مقعر و عرض ۳۰ میلی‌متر می‌باشد در مطالعهٔ حاضر در نظر گرفته شده است. تمـامی جزئیـات ابعـاد هندسـی مسأله در جدول (۱) بیان شده‌اند.

مطابق شکل (۱) شرط مـرزی سـرعت در ورودی جت‌ها در نظر گرفته شده است و دمای هـوای ورودی به جت‌ها برابر ۲۹۸ کلوین، شدت آشفتگی در ورودی جت‌ها ۵٪ و با توجه به این که سـطح مقطـع جـت‌هـا دایره‌ای می‌باشد، قطر هیدرولیکی بـرای محاسـبه عـدد رینولدز و عدد ناسلت، برابر با قطر جت در نظر گرفته شده است. صفحهٔ برخورد دارای شـار حرارتـی ثابـت ($q'' = 5000\,\mathrm{w/m^2}$) می‌باشد و دیواره نـازل جـت‌هـا آدیاباتیک فرض شده است.

هم‌چنین در دو انتهای صفحهٔ مقعر از شرط مرزی دیواره استفاده شده و برای دیواره‌ها در تمامی محدودهٔ محاسباتی از شرط عدم لغـزش (صـفر بـودن سـرعت نسبی روی دیواره‌ها) استفاده شده است. اشاره بـه ایـن نکته مهم است که در بسیاری از مطالعات عددی انجام شده در زمینهٔ یک ردیف جت یا آرایه‌ای از جت‌ها، در برخورد با صـفحهٔ مقعـر [12, 15, 18, 20] یـا صـفحهٔ تخت [21] با وجود تقارن‌هـای هندسـی، سـعی شـده است به‌منظور پایداری بهتر جواب‌ها از ساده‌سازی‌های هندسی صرف نظر گردد. در مطالعهٔ حاضر نیز این امـر مورد توجه قرار گرفته است.

جدول ۱ هندسهٔ مورد بررسی [5]

عنوان	نماد	اندازه (mm)
قطر جت	d	10, 15
طول جت	L_{jet}	20d
قطر صفحهٔ مقعر	D	100
فاصله برخورد	H	5d
فاصله مرکز تا مرکز جت‌ها	P	8d
طول صفحهٔ مقعر	L	28d
فاصله مرکز جت تا لبه خروجی	E	2d, 3d, 4d, 5d



شکل ۱ هندسهٔ میدان حل و شرایط مرزی [5]

سیال مورد مطالعه هوا می‌باشد و به‌طور کلی از فرض جریان تراکم‌ناپذیر [12, 15, 18] استفاده شده است. شایان ذکر است که به‌علت وجود اختلاف دما در محدودهٔ محاسباتی، دو خاصیت ترموفیزیکی سیال، یعنی چگالی و ضریب هدایت گرمایی وابسته به دما در نظر گرفته شده‌اند [14]. دما (۲۹۸ کلوین) و فشار محیط در شرایط استاندارد است و شرایط مرزی در خروجی‌ها نیز فشار می‌باشد.

معادلات حاکم و مدل‌سازی آشفتگی

معادلات حاکم. معادلات حاکم بر مسأله، معادله‌های پیوستگی، مومنتوم و انرژی می‌باشند که به‌ترتیب در روابط (۳-۱) نشان داده شده‌اند:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial\left(\rho u_i u_j\right)}{\partial x_j}=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\mu S_{ij}-\rho\overline{u_i^{'}u_j^{'}}\right) \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial\left(\rho C_p u_i T\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(K\frac{\partial T}{\partial x_i}-\rho C_p\overline{u_i^{'}T^{'}}\right) \qquad (۳)$$

در روابط (۳-۱)، u_i سرعت متوسط، $u_i^{'},u_j^{'}$ مؤلفه‌های نوسانی سرعت و P فشار استاتیکی متوسط می‌باشد. در رابطهٔ (۲) S_{ij} تانسور نرخ کرنش متوسط سیال می‌باشد، به‌طوری که:

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (۴)$$

برای دست‌یابی به متغیرهای سرعت (u_i)، فشار (p) و دما (T) و حل معادلات، بایستی ترم‌های آشفتگی شامل تنش رینولدز ($\overline{u_i^{'}u_j^{'}}$) و انتقال حرارت به طریقهٔ جابه‌جایی آشفته ($\overline{u_i^{'}T^{'}}$) مدل‌سازی شوند. این مهم از طریق استفاده از مدل‌های آشفتگی قابل انجام است.

مدل انتقال تنش برشی SST k-ω نظر به توانایی مدل کلاسیک ویلکاکس k-ω برای پیش‌بینی جریان در نزدیک دیواره و قدرت مدل k-ε استاندارد برای جریان آزاد دور از دیواره، منتر (Menter) [22] مدلی بر مبنای ترکیب این دو مدل تحت عنوان SST k-ω ارائه داد تا از قابلیت هر دوی آنها استفاده کند. برای این منظور، دو مدل مذکور در یک تابع آمیختگی ضرب و با هم جمع می‌شوند. تابع آمیختگی به‌صورتی عمل می‌کند که در نزدیکی دیوارهٔ مدل ویلکاکس k-ω و در ناحیهٔ جریان آزاد مدل k-ε استاندارد را فعال می‌کند. اگر چه این روش می‌تواند منجر به افزایش قابل توجه در قابلیت‌های هر دو مدل گردد، اما به‌واسطهٔ فرآیند راه‌گزینی پیاپی از یک مدل به مدل دیگر ممکن است با رفتارهای ناپایداری مواجه شود. در این مدل آشفتگی به‌جای نرخ اضمحلال لزج انرژی جنبشی آشفته (ε) از کمیت فرکانس آشفتگی (ω) استفاده می‌شود. روابط (۵ و ۶) به‌ترتیب مربوط به معادلات انتقال k و ω می‌باشند:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\mu+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]+\tilde{P}_k-\beta^*\rho k\omega \qquad (۵)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_i\omega)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\mu+\sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial\omega}{\partial x_i}\right]+\alpha\frac{\omega}{k}P_k-\beta\rho\omega^2+2\rho(1-F_1)\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial\omega}{\partial x_i} \qquad (۶)$$

لزجت گردابه‌ای به‌صورت تابعی از انرژی جنبشی آشفتگی و فرکانس آشفتگی، مطابق رابطهٔ (۷) بیان می‌شود.

$$\mu_t=\frac{a_1\rho k}{\max(a_1\omega,SF_2)} \qquad a_1=0.31 \qquad (۷)$$

توابع آمیختگی F_1 و F_2 به‌ترتیب در روابط (۸ و ۹) بیان شده‌اند. شایان ذکر است که تابع آمیختگی F_1 به‌گونه‌ای طراحی شده است که در نواحی نزدیک دیواره دارای مقدار یک و در نواحی دور از دیواره دارای مقدار صفر می‌باشد. در نواحی واسط میان این دو ناحیهٔ حدی نیز ترکیبی از این دو باقی می‌ماند.

$$F_1=\tanh\left[\left(\min(A,B)\right)^4\right]$$
$$A=\max\left(\frac{\sqrt{k}}{B^*\omega y},\frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right),B=\frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \qquad (۸)$$

$$F_2=\tanh\left[\left(\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{B^*\omega y},\frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right)\right)^2\right] \qquad (۹)$$

هم‌چنین $CD_{k\omega}$ که به‌خاطر نفوذ عرضی در تابع F_1 ظاهر شده است با رابطهٔ (۱۰) تعریف می‌شود.

$$CD_{K\omega} = \max\left[2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right] \quad (۱۰)$$

مدل‌های رینولدز پایین و تصحیح یاپ. در مدل‌های رینولدز پایین برای اطمینان از این‌که تنش‌های لزجی بر تنش‌های رینولدز در اعداد رینولدز پایین و در لایهٔ زیرین لزج نزدیک دیوارهٔ جامد غلبه می‌کنند، استفاده از میرا کردن دیوار لازم است. معادلات مربوط به (k) و (ε) در مدل‌های رینولدز پایین به‌ترتیب عبارتند از:

$$\rho\frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_i\frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right] + 2\mu_t S_{ij}S_{ji} - \rho\varepsilon \quad (۱۱)$$

$$\rho\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_i\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right] + C_1 f_1\frac{\varepsilon}{k}2\mu_t S_{ij}S_{ji} - C_2 f_2\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (۱۲)$$

لزجت آشفتگی به‌صورت زیر تعریف شده است:

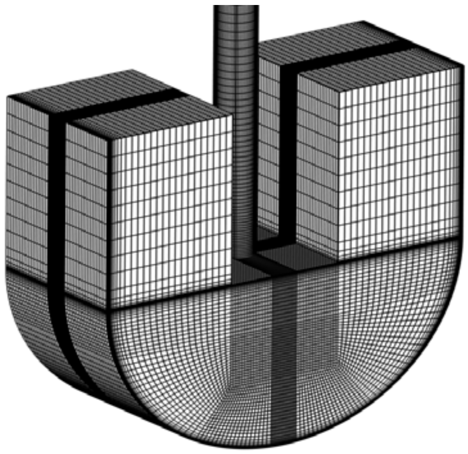
$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۱۳)$$

در پژوهش حاضر از مدل رینولدز پایین CHC [23] به‌همراه تصحیح یاپ [24] استفاده شده است. توابع f_1, f_2, f_μ در معادلات (۱۳-۱۱) توابع میرا کننده می‌باشند. تصحیح یاپ به شکل یک عبارت چشمه به معادلهٔ (ε) اضافه می‌شود و سبب افزایش مقدار (ε) می‌گردد. این امر می‌تواند بر کاهش میزان انرژی جنبشی آشفتگی و به‌دنبال آن کاهش عدد ناسلت روی سطح برخورد تأثیر در خور توجهی داشته باشد [25-27]. عبارت چشمهٔ ذکر شده با رابطهٔ (۱٤) مطرح می‌شود.

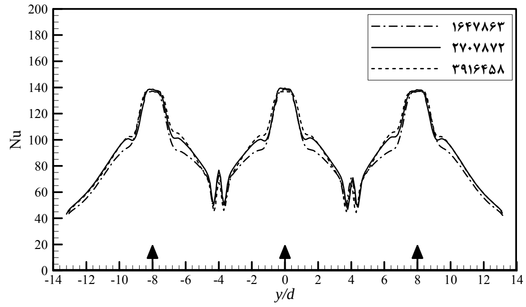
$$S_\varepsilon = \max\left[0.83\left(\frac{1}{l_e} - 1\right)\left(\frac{1}{l_e}\right)^2\frac{\varepsilon^2}{k}, 0\right] \quad (۱٤)$$

شبکهٔ محاسباتی و روش حل عددی

در تحقیق حاضر از شبکه‌ای سه‌بعدی، سازمان‌یافته و غیریکنواخت برای گسسته‌سازی میدان حل استفاده شده و نمونه‌ای از شبکه‌بندی در شکل (۲) ارائه شده است. هم‌چنین با توجه به پیچیدگی‌های موجود برای مدل‌سازی سه‌بعدی، از نرم‌افزار انسیس فلوئنت کمک گرفته شده و به‌منظور اعمال تصحیح یاپ در مدل CHC کدی به زبان C نوشته شده و به نرم‌افزار اضافه شده است. به‌علاوه به‌موجب استفاده از مدل‌های رینولدز پایین، به‌منظور مدل‌سازی مناسب جریان مجاور دیواره، سلول‌های شبکه در نزدیکی صفحهٔ برخورد ریزتر شده و بر تراکم شبکه در این ناحیه افزوده شده است. به‌طوری که مقادیر فاصلهٔ بدون بعد (y^+) از دیواره‌ها کمتر از یک می‌باشد [14-18]. به‌منظور ارزیابی حساسیت نتایج محاسباتی به اندازه و تراکم سلول‌های شبکه، محاسبات برای سه شبکه با اندازه و تراکم متفاوت، برای توزیع عدد ناسلت در راستای محوری y در شکل (۳) نشان داده شده است. در نهایت شبکه‌ای با تعداد سلول‌های محاسباتی ۲۷۰۷۸۷۲ انتخاب شده و بررسی حل مستقل از شبکه‌بندی برای سایر حالت‌های مسئله نیز انجام شده است. برای گسسته‌سازی معادله‌های مومنتوم، آشفتگی و انرژی از تقریب بالادست مرتبه دوم استفاده شده و ارتباط میان سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل برقرار شده است. مبنای هم‌گرایی جواب‌ها، میزان باقیماندهٔ نسبی می‌باشد که برای تمامی پارامترها $۱۰^{-۶}$ در نظر گرفته شده است.



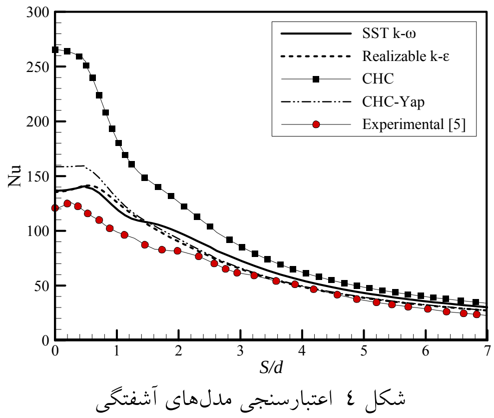
شکل ۲ شبکهٔ محاسباتی در محدودهٔ جت مرکزی



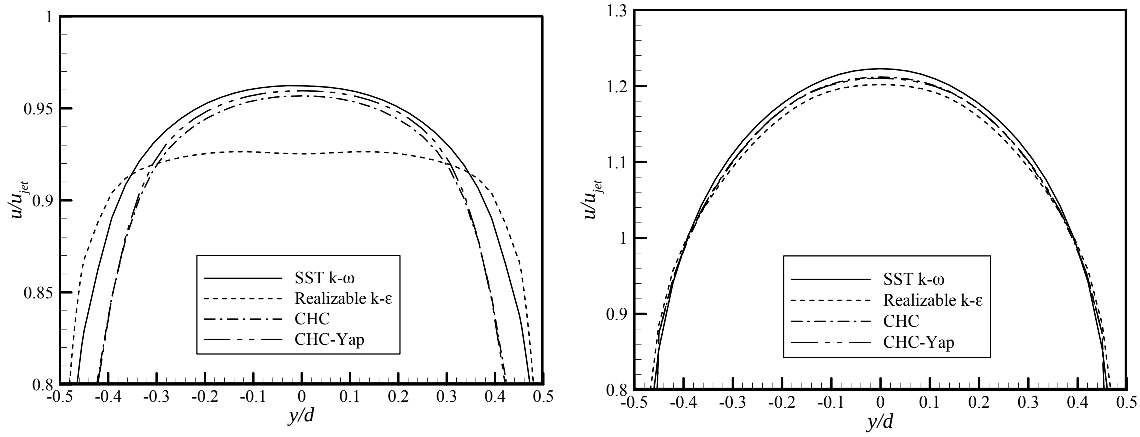
شکل ۳ استقلال حل از شبکه، $Re = 23000, C_r = 0/1, H/d = 5$

اعتبارسنجی

به‌منظور بررسی اعتبار حل عددی، توزیع عدد ناسلت در رینولدز ۲۳۰۰۰ (سرعت در ورودی جت‌ها $34/86 m.s^{-1}$)، به‌دست آمده از پژوهش حاضر با نتایج تجربی فنوت و همکاران [5] در شکل (٤) مورد مقایسه قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که هر چهار مدل آشفتگی مورد استفاده رفتار نسبتاً مشابهی را به‌صورت کیفی نشان می‌دهند. به‌منظور بررسی بیشتر، در شکل (۵) توزیع شعاعی سرعت از دهانهٔ خروجی جت تا نزدیک ناحیهٔ برخورد، برای مدل‌های آشفتگی استفاده شده در این تحقیق مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. مدل آشفتگی SST k-ω، نسبت به سایر مدل‌های استفاده شده سرعت بیشتری را پیش‌بینی می‌کند و هم‌چنین به‌موجب اعمال تصحیح یاپ در مدل CHC تغییر چندانی بر توزیع سرعت مشاهده نمی‌شود. در این مدل‌ها با تعریف توابع میرایی، نواحی لایهٔ آرام و ناحیهٔ میانی تعیین می‌شود. روابط محاسبهٔ تنش‌های برشی در نواحی با جریان آرام (نقطهٔ برخورد و ناحیهٔ نزدیک دیواره) متفاوت از نواحی با جریان درهم خواهد بود. یکی از نقاط ضعف مدل‌های آشفتگی، پیش‌بینی دقیق عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد می‌باشد. علت تخمین بیشینهٔ عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد ناتوانی مدل‌ها در پیش‌بینی انرژی جنبشی آشفتگی و استهلاک آن در نواحی با گرادیان سرعت شدید می‌باشد. به‌منظور تحلیل بیشتر میدان آشفتگی جریان سیال، توزیع انرژی جنبشی آشفتگی و شدت آشفتگی در خط مرکزی عبوری، از خروجی جت تا نقطهٔ برخورد، در شکل (٦) نشان داده شده است. در این تصویر پیش‌بینی بسیار بالای انرژی جنبشی آشفتگی توسط مدل CHC به‌وضوح دیده می‌شود که ناشی از طبیعت دیفیوژن بالا در این مدل می‌باشد. به‌نظر می‌رسد استفاده از این مدل حتی با اعمال تصحیح یاپ، در شبیه‌سازی جت برخوردی چندان مطلوب نباشد. مدل SST k-ω سطح انرژی جنبشی آشفتگی و شدت آشفتگی در ناحیهٔ برخورد را کاملاً کمتر از سایر مدل‌ها پیش‌بینی کرده است و به‌نظر می‌رسد که با خطای ۱۱/٤۷ برای عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد و پیش‌بینی مطلوب رفتار توزیع ناسلت در راستای منحنی، مناسب‌ترین گزینه برای بررسی بیشتر رفتار جت برخوردی به سطح مقعر باشد.

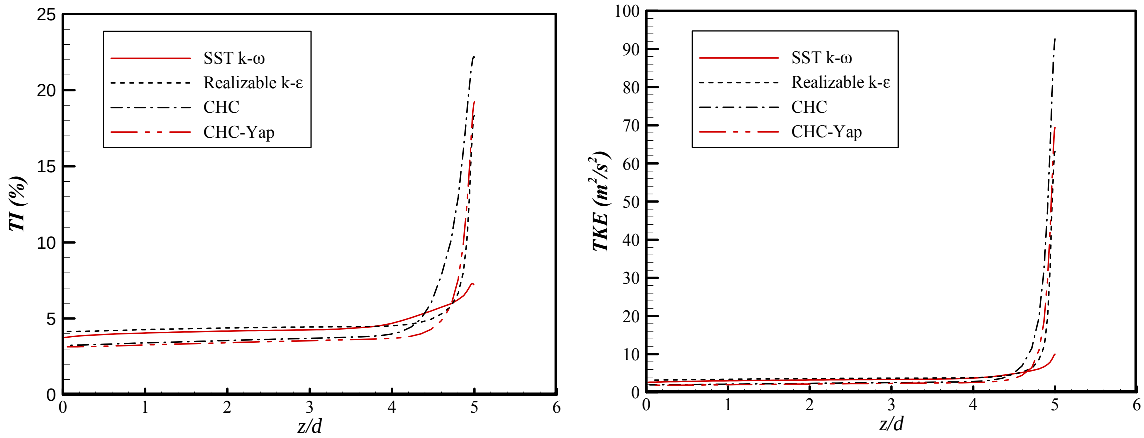


شکل ٤ اعتبارسنجی مدل‌های آشفتگی



(الف) خروجی جت (ب) ناحیهٔ برخورد

شکل ۵ توزیع سرعت شعاعی از دهانهٔ خروجی جت تا ناحیهٔ برخورد



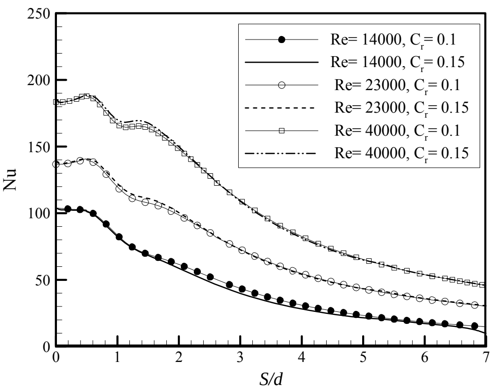
(الف) انرژی جنبشی آشفتگی (ب) شدت آشفتگی

شکل ٦ توزیع انرژی جنبشی آشفتگی و شدت آشفتگی در خط مرکزی عبوری از خروجی جت تا نقطهٔ برخورد

بحث پیرامون نتایج

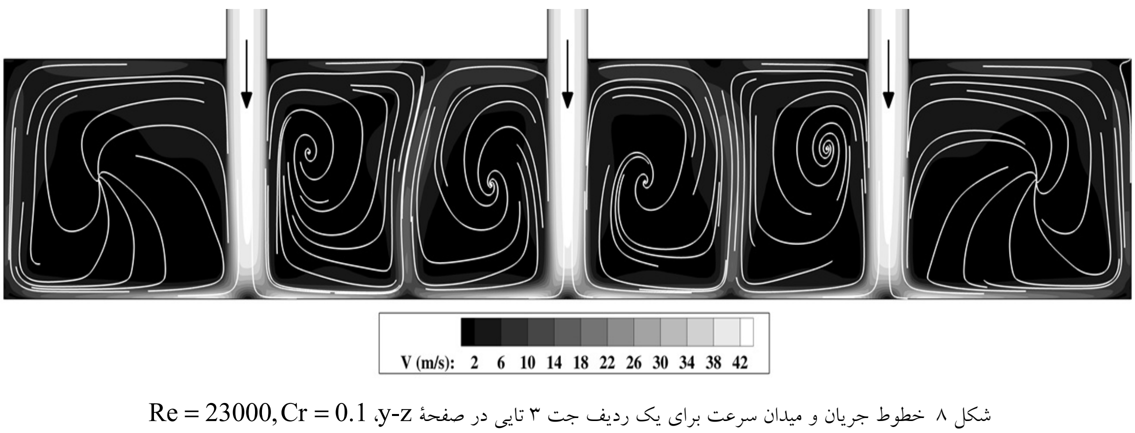
تأثیر انحنای نسبی. در مطالعهٔ حاضر انحنای نسبی، نسبت قطر جت به قطر صفحهٔ مقعر تعریف شده است. برای تغییر در انحنای نسبی قطر جت تغییر داده شده و قطر صفحهٔ برخورد ثابت می‌ماند. در شکل (۷) مشاهده می‌شود که با افزایش انحنای نسبی از ۰/۱ به ۰/۱۵ ناسلت در نقطهٔ برخورد افزایش قابل توجهی نداشته است و رفتار کلی توزیع عدد ناسلت در راستای منحنی تفاوتی نکرده است و تغییر شیب‌ها، کمینه‌ها و بیشینه‌های نسبی هم‌چنان وجود دارند. به‌طور کلی بر طبق نظر تومن [28] و شلیختینگ [29] یک نیروی گریز از مرکز که ناشی از انحنای سطح مقعر می‌باشد، می‌تواند تمام جریان روی صفحهٔ مقعر را بی‌ثبات کند و مجموعه‌ای از ورتکس‌ها در مقیاس بزرگ را به وجود آورد. این مجموعه از ورتکس‌ها در راستای جریان (در راستای منحنی)، که به‌طور کلی ورتکس‌های تیلور-گوتلر نامیده می‌شوند، می‌توانند به نوبهٔ خود سبب افزایش انتقال مومنتوم و انرژی نزدیک دیوارهٔ برخورد شوند که همین امر عاملی برای افزایش انتقال حرارت بر روی سطح برخورد می‌باشد. در

حقیقت با افزایش انحنای نسبی، اندازهٔ ورتکس‌های تیلور-گوتلر افزایش می‌یابد و همین امر می‌تواند سبب افزایش ضریب انتقال حرارت روی صفحه برخورد شود.

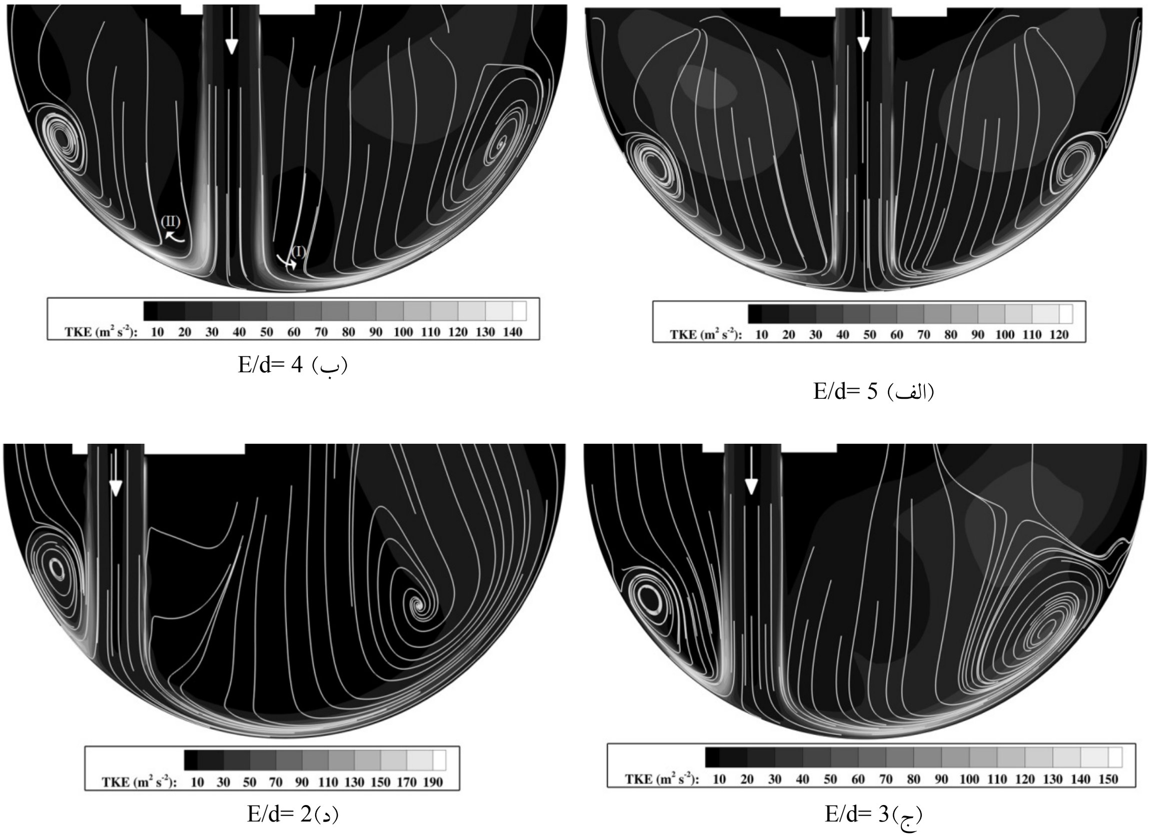


شکل ۷ تأثیر انحنای نسبی بر توزیع ناسلت در راستای محور s

تأثیر مکان استقرار جت‌ها بر میدان جریان و انتقال حرارت. در شکل (۸) کانتور میدان سرعت در حالت مرجع (E/d=5) در عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ و H/d =5 نشان داده شده است. با توجه به این‌که در عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ سرعت جریان هوا در ورودی جت‌ها کمتر از ۳۵ متر بر ثانیه است و مطابق نتایج به‌دست آمده سرعت در تمامی نواحی میدان جریان کمتر از ۴۵ متر بر ثانیه می‌باشد، بنابراین محدودهٔ عدد ماخ به‌طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از ۰/۳ است و می‌توان جریان را تراکم‌ناپذیر در نظر گرفت. با در نظر گرفتن میدان جریان در حد فاصل بین دو جت، ملاحظه می‌شود که جریان چشمه‌ای ناشی از برخورد جت‌های دیواره، تشکیل شده است. برخورد دو جت دیواره در حد فاصل بین جت‌ها سبب شده است تا علاوه بر نقطهٔ سکون اولیه در محل برخورد جریان اصلی جت با صفحهٔ برخورد، نقطهٔ سکون ثانویه‌ای در حد فاصل بین جت‌ها ایجاد شود. هم‌چنین با توجه به شکل (۹)، مشاهده می‌شود که با جابه‌جایی افقی جت‌ها یا به‌عبارت دیگر با کاهش فاصلهٔ مرکز جت تا لبهٔ خروجی سطح برخورد، میدان جریان به دو ناحیهٔ جریان پایین دستی (I) و جریان بالا دستی (II) تقسیم می‌شود که در این حالت نقطهٔ سکون به‌سمت جریان بالادستی انحراف پیدا کرده است. هم‌چنین مشاهده می‌شود که با کاهش E/d و نزدیک شدن جریان اصلی جت به ناحیهٔ چرخشی ایجاد شده در جریان بالادستی، انرژی جنبشی آشفتگی در این ناحیه افزایش می‌یابد که این امر می‌تواند تأثیر به‌سزایی بر افزایش انتقال حرارت در ناحیهٔ برخورد داشته باشد.

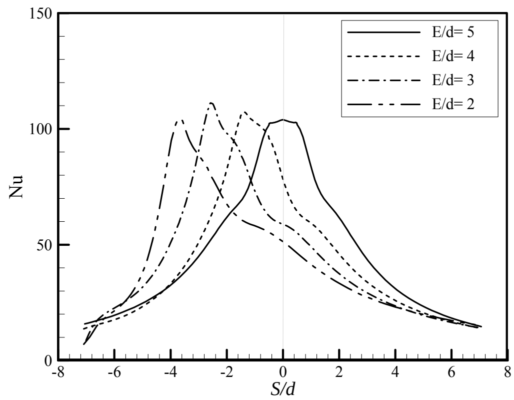


شکل ۸ خطوط جریان و میدان سرعت برای یک ردیف جت ۳ تایی در صفحهٔ y-z، $Re = 23000, Cr = 0.1$

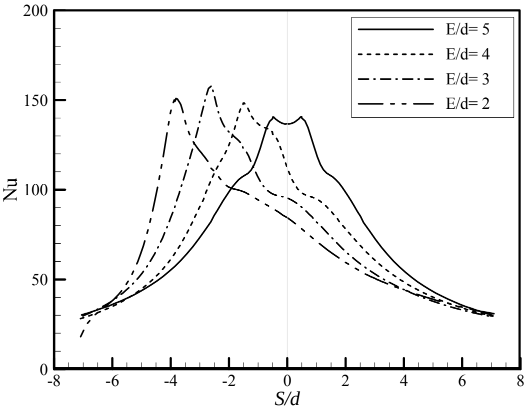


شکل ۹ تأثیر جابه‌جایی افقی جت‌ها بر انرژی جنبشی آشفتگی و خطوط جریان در صفحهٔ x-z ، $Re = 40000, Cr = 0.1$

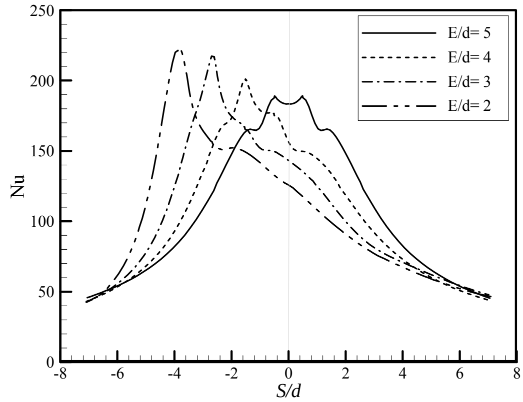
در شکل (۱۰) توزیع عدد ناسلت در راستای منحنی برای اعداد رینولدز ۱۴۰۰۰، ۲۳۰۰۰ و ۴۰۰۰۰، در E/dهای مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای حالت مرجع (E/d=۵) توزیع ناسلت در راستای منحنی کاملاً متقارن است و به‌طور کلی افزایش عدد رینولدز جت از ۱۴۰۰۰ به ۴۰۰۰۰ سبب افزایش ضریب انتقال حرارت به میزان محسوسی در نقطهٔ برخورد و راستای منحنی شده است. برای صفحهٔ تخت، وابستگی ناسلت با عدد رینولدز به شکل یک رابطهٔ توانی ($Nu \propto Re^n$) می‌باشد. گلداشتاین و همکاران [30] با مطالعه بر روی یک ردیف جت برخوردی به صفحهٔ تخت مقدار n را روی خط برخورد، برابر ۰/۶۷ و برای جریان پایین‌دستی برابر ۰/۷ گزارش کردند. هم‌چنین در حالتی که عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ و ۴۰۰۰۰ باشد توزیع عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد دارای یک کمینهٔ محلی می‌باشد. این در حالی است که با کاهش عدد رینولدز به ۱۴۰۰۰، چنین کمینهٔ محلی در نقطهٔ برخورد مشاهده نمی‌شود.



Re=14000 (الف)



Re=23000 (ب)

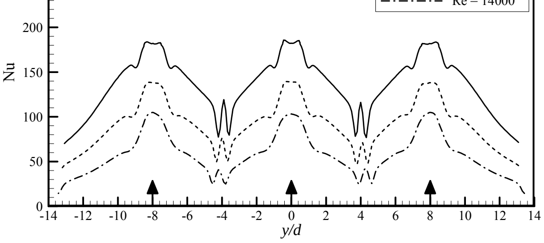


Re=40000 (ج)

شکل ۱۰ تأثیر فاصلهٔ مرکز جت تا لبهٔ خروجی سطح مقعر بر توزیع عدد ناسلت در راستای منحنی

فنوت و همکاران [5] وجود این حداقل نسبی در نقطهٔ برخورد برای صفحهٔ مقعر را به ناحیهٔ سیال مرده ارتباط دادند. ناحیهٔ سیال مرده توسط گیلارد و بریزی [31] در مطالعه تجربی آنها روی یک جت شیاری در برخورد با صفحهٔ مقعر مشاهده شده است. آنها سرعت متوسط سیال در این ناحیه را بسیار ناچیز گزارش کردند. در حقیقت انحنای صفحهٔ مقعر، اجازه خروج کامل جریان را نمی‌دهد و سبب تشکیل ناحیهٔ سیال مرده بر روی خط برخورد می‌شود. این ناحیه از برخورد مستقیم جریان جت به صفحهٔ مقعر جلوگیری می‌کند و همین امر سبب کاهش عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد می‌شود. با کاهش عدد رینولدز به ۱٤۰۰۰ از حجم ناحیهٔ سیال مرده کاسته می‌شود و تأثیر قابل توجهی بر عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد ندارد. هم‌چنین با کاهش E/d مقدار بیشینهٔ ناسلت که در نقطهٔ برخورد ایجاد شده است به‌سمت جریان بالادستی انحراف پیدا می‌کند. در عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ مقدار بیشینهٔ ناسلت برای E/dهای ٤ و ۳ و ۲ به ترتیب در S/dهای ۱/٤۷− و ۲/٦− و ۳/۸− مشاهده می‌شود. در عدد رینولدز ٤۰۰۰۰، با کاهش E/d، ناسلت در نقطهٔ برخورد افزایش می‌یابد، به‌گونه‌ای که در E/d برابر ۲، به میزان ۲۱ درصد افزایش ناسلت در نقطهٔ برخورد نسبت به حالت مرجع مشاهده می‌شود. شایان ذکر است که توزیع عدد ناسلت، با کاهش E/d در راستای جریان بالادستی، بالاتر از حالت مرجع و در راستای جریان پایین‌دستی همواره پایین‌تر از حالت مرجع است.

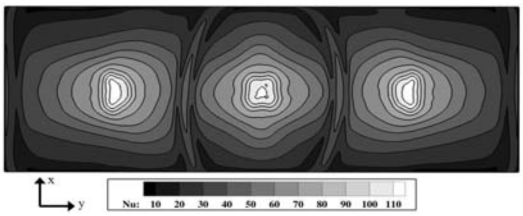
در شکل (۱۱) توزیع عدد ناسلت در راستای محوری y نشان داده شده است. با در نظر گرفتن الگوی توزیع عدد ناسلت بین جت‌های مستقر در $y/d=0$ و $y/d=8$ مشاهده می‌شود که در دو عدد رینولدز ۲۳،۰۰۰ و ٤۰،۰۰۰ تغییر شیبی برای $1<y/d<1.45$ ایجاد شده است که البته این تغییر شیب در عدد رینولدز ٤۰،۰۰۰ به شکل یک کمینه و بیشینهٔ محلی ظاهر شده است. سپس عدد ناسلت شروع به کاهش می‌کند، تا در حد فاصل بین جت‌ها ($y/d=4$)، بیشینه محلی ظاهر می‌شود که ناشی از اثر چشمه و برخورد دو جت دیواره و ایجاد نقطهٔ سکون ثانویه (گرادیان‌های سرعت در این ناحیه شدید می‌باشد) در حد فاصل بین دو جت می‌باشد.



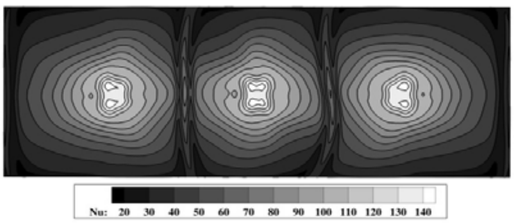
شکل ۱۱ توزیع عدد ناسلت در راستای محوری y، $C_r=0/1$

در شکل (۱۲) کانتور توزیع ناسلت در اعداد رینولدز مختلف روی صفحهٔ مقعر نشان داده شده است. برای حالتی که عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ و ۴۰۰۰۰ می‌باشد، مشاهده می‌شود که بیشینه مقدار عدد ناسلت، با فاصله از نقطهٔ برخورد ظاهر شده است. در حالی که با کاهش عدد رینولدز به ۱۴۰۰۰، بیشینه مقدار عدد ناسلت دقیقاً در نقطهٔ برخورد اتفاق افتاده است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که با افزایش عدد رینولدز به ۴۰۰۰۰ و دور شدن از هستهٔ پتانسیل جت (در راستای شعاعی) و نزدیک شدن به لایهٔ برشی و افزایش برهم کنش سیال جت با محیط اطراف، بر انرژی جنبشی و شدت آشفتگی جت افزوده شده است و این امر می‌تواند بر بیشینه نسبی ایجاد شده بعد از نقطهٔ برخورد در هر دو راستای s و y تأثیر در خور توجهی داشته باشد [32].

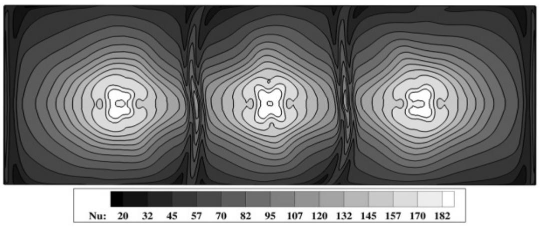
در شکل (۱۳) ناسلت متوسط کل صفحه بر حسب E/dهای مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با وجود این‌که با کاهش E/d ناسلت در نقطهٔ برخورد افزایش پیدا می‌کند اما ناسلت متوسط کل صفحه برای هندسهٔ مرجع (E/d=5) نسبت به سایر حالت‌ها بیشتر باقی می‌ماند، که البته این امر در عدد رینولدز ۴۰،۰۰۰ مشهودتر می‌باشد.



Re = 14000 (الف)

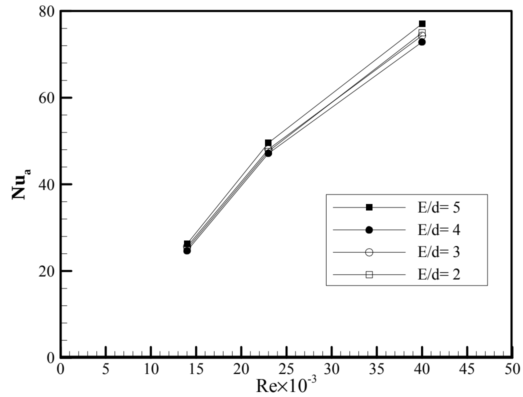


Re = 23000 (ب)



Re = 40000 (ج)

شکل ۱۲ کانتور توزیع ناسلت بر روی سطح مقعر



شکل ۱۳ ناسلت متوسط کل صفحه، $C_r = 0/1$

نتیجه‌گیری

در این مقاله نحوهٔ عملکرد و میزان دقت محاسباتی برخی از مدل‌های رایج آشفتگی و مدل رینولدز پایین CHC به‌همراه اعمال تصحیح یاپ، در پیش‌بینی رفتار یک ردیف جت دایره‌ای در برخورد به صفحهٔ مقعر استوانه‌ای مورد بحث و ارزیابی قرار گرفته است. در بخش اعتبارسنجی با اعمال تصحیح یاپ به مدل رینولدز پایین CHC، خطا برای عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد از ۱۱۷/۲ درصد به ۲۸/۴ درصد کاهش داشته است. در نهایت از بین مدل‌های آشفتگی استفاده شده در این مطالعه، تنها مدل آشفتگی SST k-ω توانست توزیع عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد و راستای منحنی را با دقتی مناسب پیش‌بینی کند.

نتایج به‌دست آمده نشان‌دهندهٔ آن است که برای میدان جریان حاصل از یک ردیف جت برخوردی، علاوه بر نقطهٔ سکون ایجاد شده در محل برخورد جریان اصلی جت و صفحهٔ مقعر، نقطهٔ سکون ثانویه‌ای

حاصل از برخورد جت‌های دیواره، در حد فاصل بین جت‌ها ایجاد شده است که این امر سبب تشکیل بیشینه نسبی در توزیع عدد ناسلت در راستای محوری y می‌باشد که البته با افزایش عدد رینولدز به ۴۰،۰۰۰، بیشینهٔ نسبی ذکر شده با شدت بیشتری ایجاد شده است. هم‌چنین نتایج بیانگر این امر می‌باشد که با افزایش انحنای نسبی از ۰/۱ به ۰/۱۵ تغییر قابل ملاحظه‌ای از نظر کمی و کیفی بر توزیع عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد و راستای منحنی ایجاد نشده است.

هم‌چنین کاهش فاصلهٔ مرکز جت‌ها تا لبهٔ خروجی صفحهٔ مقعر (E/d)، سبب شده است تا انرژی جنبشی آشفتگی در ناحیهٔ برخورد افزایش یابد و به‌موجب همین امر در عدد رینولدز ۴۰۰۰۰، با کاهش E/d از ۵ به ۲، عدد ناسلت در نقطهٔ برخورد به میزان ۲۱ درصد افزایش داشته است. اما ذکر این نکته حائز اهمیت است که ناسلت متوسط کل صفحهٔ مقعر با کاهش E/d، حداکثر کاهشی معادل ۶/۴۹ درصد را نشان می‌دهد.

فهرست علائم

C_r	انحنای نسبی که برابر است با d/D
K	انرژی جنبشی آشفتگی ($m^2\,s^{-2}$)
S_{ij}	تانسور نرخ کرنش
$-\rho\overline{u_i^{'}u_j^{'}}$	تنش‌های رینولدز
F_1, F_2	توابع آمیختگی توابع میراکننده
f_1, f_2	توابع میراکننده
P_k	تولید انرژی جنبشی آشفتگی
x_i	جهات مختصات (x, y, z)
T_∞	دمای محیط (K)
T_{jet}	دمای هوای ورودی جت (K)
t	زمان (s)
u_{jet}	سرعت جت ($m\,s^{-1}$)
q''	شار حرارتی ($w\,m^{-2}$)
C_μ	ضریب ویسکوزیتهٔ آشفته
K_{air}	ضریب هدایت حرارتی هوا ($w\,m^{-1}\,K^{-1}$)
S_ε	عبارت چشمه
Re	عدد رینولدز ($=\rho u_{jet} d/\mu$)
Nu	ناسلت که برابر است با $\left(q''/Tj-Tw\right)\left(d/k_{air}\right)$
Nu_a	ناسلت متوسط کل صفحه
y^+	فاصلهٔ بدون بعد از دیواره
H	فاصلهٔ برخورد (mm)
E	فاصلهٔ مرکز جت تا لبهٔ خروجی (mm)
p	فشار استاتیکی متوسط ($kg\,m^{-1}\,s^{-2}$)
d	قطر جت (mm)
D	قطر صفحهٔ برخورد (mm)
u_i	متغیر سرعت متوسط ($m\,s^{-1}$)
l	مقیاس طول آشفتگی
l_e	مقیاس طول تعادلی
$u_i^{'}, u_j^{'}$	مؤلفه‌های نوسانی سرعت ($m\,s^{-1}$)

علائم یونانی

α, β	توابع ضرایب بستار
ε	اضمحلال انرژی جنبشی آشفته ($m^2\,s^{-3}$)
μ	لزجت دینامیکی ($kg\,m^{-1}s^{-1}$)
μ_t	لزجت آشفتگی ($kg\,m^{-1}\,s^{-1}$)
ρ	چگالی ($kg\,m^{-3}$)
ω	فرکانس آشفتگی (s^{-1})

زیرنویس‌ها

air	هوا
jet	جت
w	دیواره

مراجع

1. Chupp, R. E., Helms, H. E., McFadden, P. W., Brown, T. R., "Evaluation of internal heat transfer coefficients for impingement cooled turbine airfoils", *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 6, pp. 203-208, (1969).

2. Bunker, R. S., Metzeger, D. E., "Local heat transfer in internally cooled turbine airfoil leading edge regoins": part 1– impingement cooling without film coolant extraction, *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 451-458, (1990).
3. Lee, D. H, Chung, Y. S., Won, S. Y., "The effect of concave surface curvature on heat transfer from a fully developed round impinging jet", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2489-2497, (1990).
4. Fenot, M., Vullierme, J. –J., Dorignac, E., "Local heat transfer due to several configurations of circular air jets impinging on a flat plate with and without semi-confinement", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 44, pp. 665-675, (2005).
5. Fenot, M., Vullierme, J. –J., Dorignac, E., "An experimental study on hot round jets impinging a concave surface", *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 945-956, (2008).
6. Lee, C. H., Lim, K. B., Lee, S. H., Yoon, Y. J., Sung, N. W., "A study of the heat transfer characteristics of turbulent round round jet impinging on an inclined concave surface liquid crystal transient method", *Experimental Thermal and Fluid Science* Vol. 31, pp. 559-565,(2007).
7. Mohammadpour, J., Rajabi-Zargarabadi, M., Mujumdar, A. S., "Effect of intermittent and sinusodial pulsed flows on impingement heat transfer from a concave surface", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 76, pp. 118-127, (2014).

۸. محمّدپور. جواد، رجبی زرگرآبادی. مهران، احمدی. هادی، " تحلیل عددی جریان و انتقال حرارت آشفته در جت نوسانی برخوردی به سطح مقعر"، ماهنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس، دوره. ۱۳، شماره. ۱، صفحه. ۱۲۹-۱۳۷، (۱۳۹۲).

9. Bazdidi Tehrani, F., Karami, F. and Jahromi, M., "Unsteady flow and heat transfer analysis of an impinging synthetic jet", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 11, pp. 1363-1373, (2011).
10. Sharif, M.A.R. and Mothe, K.K. "Evaluation of Turbulence Models in the Prediction of Heat Transfer Due to Slot Jet Impingement on Plane and Concave Surfaces", *International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 55, pp. 273-294, (2009).
11. Choi, M., Yoo, H.S., Yang, G., Lee, J.S. and Sohn, D.K., "Measurement of impinging jet flow and heat transfer on a semi-circular concave surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 1811-1822, (2000).
12. Rama Kumar, B.V.N. and Prasad, B.V.S.S., "Computational flow and heat transfer of a row of circular jets impinging on a concave surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 667-678, (2007).
13. Martin, E.L., Wright, L.M. and Crites, D.C. "Impingement heat transfer enhancement on a cylindrical leading edge model with varying jet temperatures", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 135, (2012).
14. Martin, E.L., Wright, L.M. and Crites, D.C., "Computational investigation of jet impingement on turbine blade leading edge cooling with engine-like temperatures", *Conf, International Gas Turbine Institute*, Denmark, pp. 311-322, (2012).
15. Elebiary, K. and Taslim, M.E., "Experimental/ Numerical crossover jet impingement in an airfoil leading edge cooling channel", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 135, (2013).
16. Yang, Y.T., Wei, T.C. and Wang, Y.H., "Numerical study of turbulent slot jet impingement cooling on a semi-circular concave surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 482-489, (2011).
17. Xie, Y., Li, P., Lan, J. and Zhang, D., "Flow and heat transfer characteristics of single jet impinging on dimpled surface", *Journal Heat Transfer*, Vol. 135, (2013).

18. Yang, L., Ren, J., Jiang, H. and Ligrani, P., "Experimental and numerical investigation of unsteady impingement cooling within a blade leading edge passage", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 71, pp. 57-68, (2014).
19. ANSYS FLUENT 14.0, User's Guide, ANSYS Inc, (2014).
20. Imbriale, M., Laniro, A., Meola, C. and Cardone, G., "Convective heat transfer by a row of jets impinging on a concave surface", *International Journal of Thermal Science*. Vol. 75, pp. 153-163, (2014).
21. Caliskan, S., Baskaya, S. and Calisir, T., "Experimental and numerical investigation of geometry effects on multiple impinging air jets", *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 75, pp. 685-703, (2014).
22. Menter, F. R., "Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering application", *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp. 269-289, (1994).
23. Chang, K., Hsieh, W. and Chen, C., "Modified Low-Reynolds- Number Turbulence Model Appilication to Recirculating flow in pipe expansion", *Journal Fluid Eng*, Vol. 117, PP. 417-423, (1995).
24. Yap, C. R., "Turbulent heat and momentum transfer in recirculation and impinging flows", Ph. D. thesis, University of Manchester institute of science technology, Manchester, UK, (1987).
25. Ahmadi, H., Rajabi-Zargarabadi, M., Mujumdar, A.S. and Mohammadpour, J., "Numerical Modeling of a Turbulent Semi-Confined Slot Jet Impinging on a Concave Surface", *Thermal Science,* Vol. 19, pp. 129-140, (2015).
26. Wang, S.J. and Mujumdar, A.S., "A comparative study of five low Reynolds number k–ε models for impingement heat transfer", *Journal of Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, pp. 31-44, (2005).
27. Hosseinalipour, S.M. and Mujumdar, A.S., "Comparative evaluation of different turbulence models for confined impinging and opposing jet flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 28, pp. 647-666, (1995).
28. Thomann, H., "Effect of streamwise wall curvature on heat transfer in a turbulent boundary layer", *Journal of Fluid Mech*, Vol. 33, pp. 283-292, (1968).
29. Schlichting, H., "Boundary layer theory", 7^{th} ed, McGraw-Hill, New York, (1979).
30. Goldstein, R.J. and Seol, W.S., "Heat transfer to a row of impinging circular air jets including the effect of entrainment", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 2133-2147, (1991).
31. Gilard, V. and Brizzi, L.–E., "Slot jet impinging on a concave curved wall", *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 127, pp. 595-603, (2005).
32. Lee, J. and Lee, S.J., "Stagnation region heat transfer of a turbulent axisymmetric jet impingement", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 12, pp. 137-156, (1990).